

XXIV Київський математичний фестиваль

Індивідуальна онлайн-олімпіада

Умови задач для 9-10 класу

1. Чи існують такі невід'ємні числа a, b, c , що $a^2 + b \geq 1$, $b^2 + c \geq 1$, $c^2 + a \geq 1$ та $a + b + c \leq \frac{8}{5}$?
2. Нехай $P(n)$ – це кількість натуральних чисел, менших n та взаємно простих з n . Чи існує таке непарне натуральне число k та два різних непарних складених натуральних числа $n_1 \neq n_2$ такі, що $P(n_1) = P(n_2) = 4k$?
3. У вписаному чотирикутнику $ABCD$ прямі BC та AD перетинаються в точці E . На стороні BC відмітили таку точку X , що $\angle BAX = \angle CDX$. Точка Y симетрична точці X відносно точки E . Довести, що $\angle CDY + \angle BAY = 180^\circ$.
4. Для яких натуральних чисел $n \geq 3$ можна розташувати по колу n різних дійсних чисел так, що кожне з цих чисел дорівнює різниці своїх сусідів?

Кожна задача оцінюється в 7 балів. Задачі мають бути розв'язані самостійно.