

XXIV Київський математичний фестиваль

Математичний бій

Умови задач для 7-8 класу

1. Петрик та Дарина грають в наступну гру. В корзині лежать 20 яблук та 10 груш. Гравці беруть яблука та груші з корзини по черзі, починаючи з Петрика, причому кожний бере один або два фрукти. Виграє той, після ходу якого або не залишиться груш, або кількість яблук та груш буде однаковою. Хто з гравців може діяти таким чином, щоб виграти незалежно від дій суперника?
2. В опуклому чотирикутнику $ABCD$ виконується $AB = BC = CD$. Точка E середина AD та виявилося, що $\angle BEC = 90^\circ$. Знайдіть $\angle BAD + \angle CDA$.
3. По колу записано $n \geq 3$ нулів. Дозволяється одночасно додати 1 до будь-яких k чисел, які стоять на колі поспіль, де $k < n$ – фіксоване. Для яких n та k можна за допомогою декількох вказаних операцій зробити так, що рівно одне число на колі буде непарним?