

XXIV Київський математичний фестиваль

Математичний бій

Умови задач для 9-10 класу

1. В деякій послідовності, яка складається з n нулів та n одиниць, де $n \geq 3$, дозволяється поміняти місцями або довільні пари сусідніх чисел 00 та 11, або довільні пари сусідніх чисел 01 та 10. Для яких n можна таким чином з послідовності 0101...01 отримати послідовність 1010...10?
2. По колу записано $n \geq 3$ цілих чисел, причому деякі два сусідні числа на колі це 0 та 1. Окрім того, для деякого $m \geq 3$ відомо, що залишок при діленні на m будь-якого числа на колі дорівнює залишку при діленні на m суми двох сусідніх чисел, які знаходяться поруч з цим числом в напрямку за годинниковою стрілкою. Довести, що n є парним.
3. У Степана є нескінченна лінійка без поділок та "дивний циркуль" який може для обраних точок A та B побудувати коло з діаметром AB . Чи зможе Степан за допомогою цих інструментів побудувати коло з центром в точці O , яке проходить через точку C ?